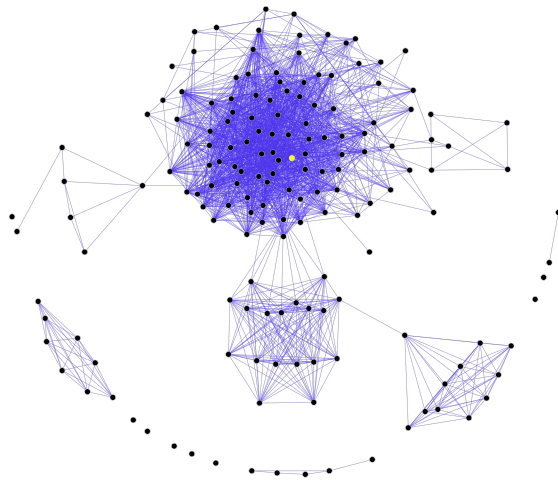




Universidade Federal do ABC



Assortatividade

Prof. Fabrício Olivetti de França

Homofilia

Homofilia:

1. Semelhança decorrente de uma mesma origem ou de um ancestral comum.
2. Tendência de um pessoa se associar a outra com propriedades similares.



Homofilia

Homofilia (em grafos):

1. Tendência de um nó se conectar a outro com propriedades similares.



Homofilia

- ❑ Conexão **assortativa** ou **homofílica**;
- ❑ Conexão **disassortativa** ou **heterofílica**.



Homofilia

- ❑ Rede Social: popularidade
- ❑ Sites de Internet: link para páginas de mesmo tema



Assortatividade

ASSORTATIVIDADE $r: [-1, 1]$

- ▣ $r > 0$: similar.
- ▣ $r < 0$: dissimilar.
- ▣ $r \sim 0$: sem preferência.



Assortatividade

$$r = \frac{1}{\sigma_o \sigma_d} \sum_{k_1, k_2} k_1 k_2 (P(k_1, k_2) - P(k_1)P(k_2))$$



Assortatividade

$$P(k_1, k_2) = \frac{|\{(v, u) | (v, u) \in E, g(v) = k_1, g(u) = k_2\}|}{|E|}$$

$$P(k_1) = \frac{|\{(v, u) | (v, u) \in E, g(v) = k_1\}|}{|E|}$$

$$P(k_2) = \frac{|\{(v, u) | (v, u) \in E, g(u) = k_2\}|}{|E|}$$



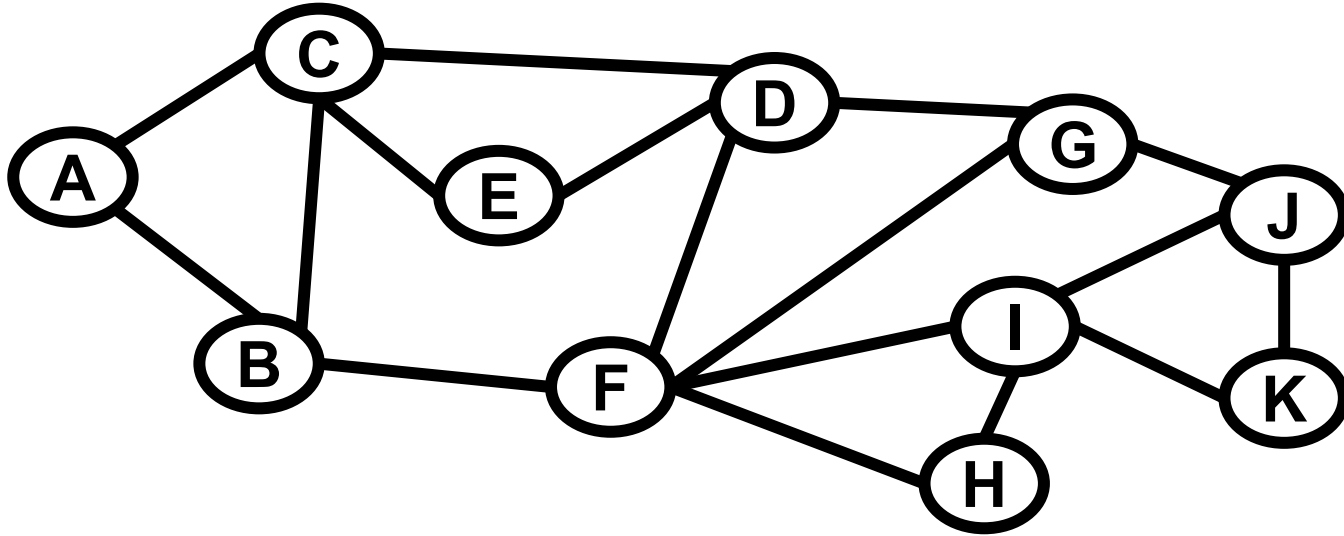
Assortatividade

$$\sigma_o = \sqrt{\sum_{k_1} k_1^2 P(k_1) - \left(\sum_{k_1} k_1 P(k_1)\right)^2}$$

$$\sigma_d = \sqrt{\sum_{k_2} k_2^2 P(k_2) - \left(\sum_{k_2} k_2 P(k_2)\right)^2}$$

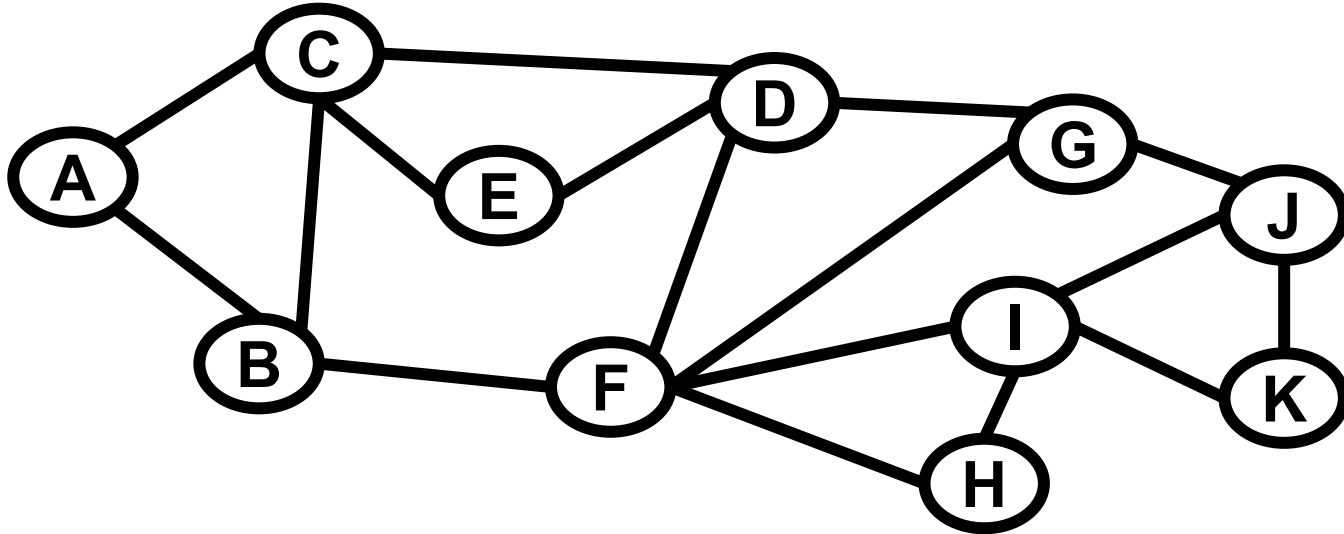


Assortatividade



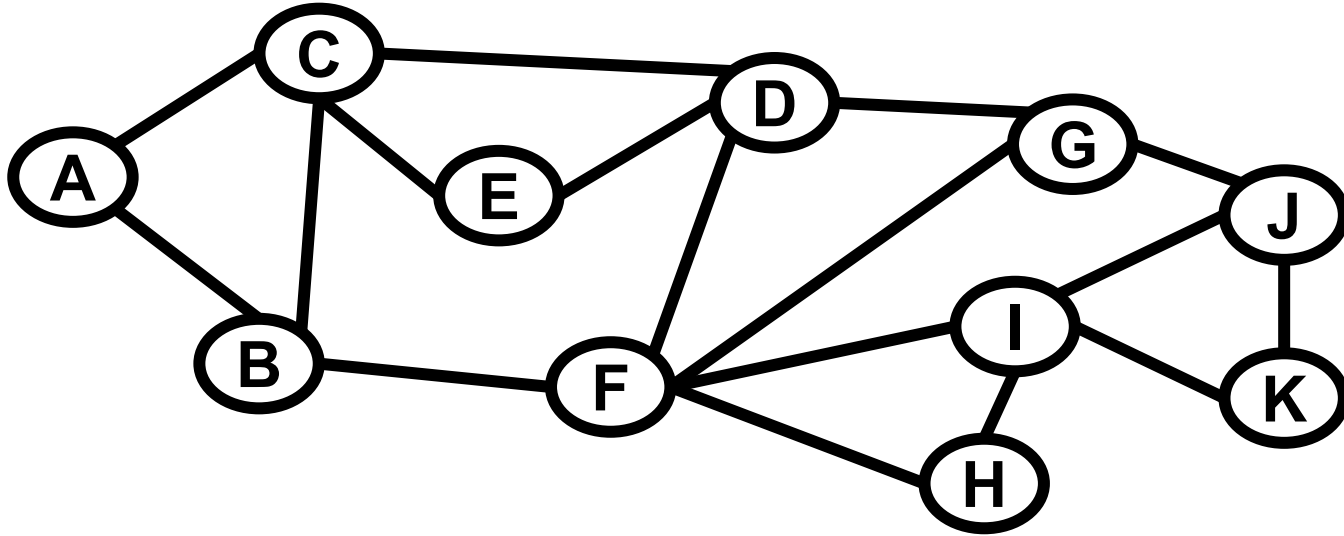
Assortatividade

A	2
B	3
C	4
D	4
E	2
F	5
G	3
H	2
I	4
J	3
K	2



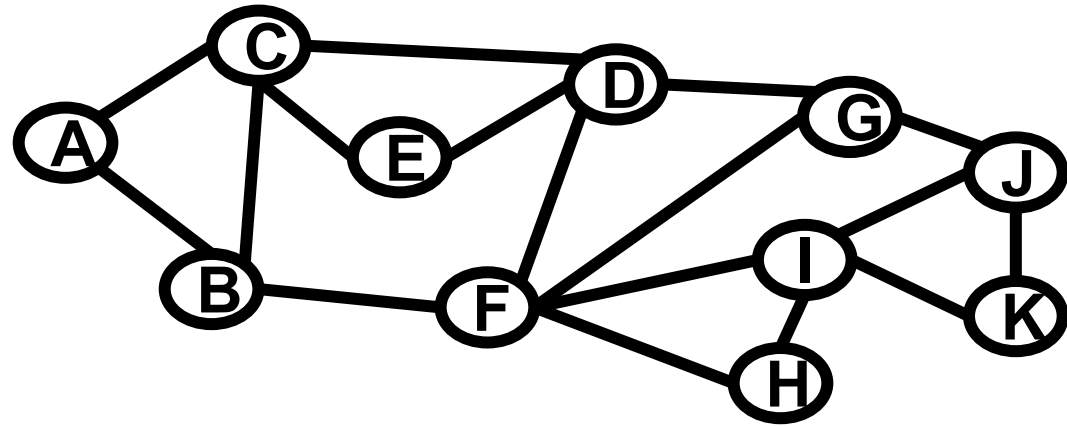
Assortatividade

A	2
B	3
C	4
D	4
E	2
F	5
G	3
H	2
I	4
J	3
K	2



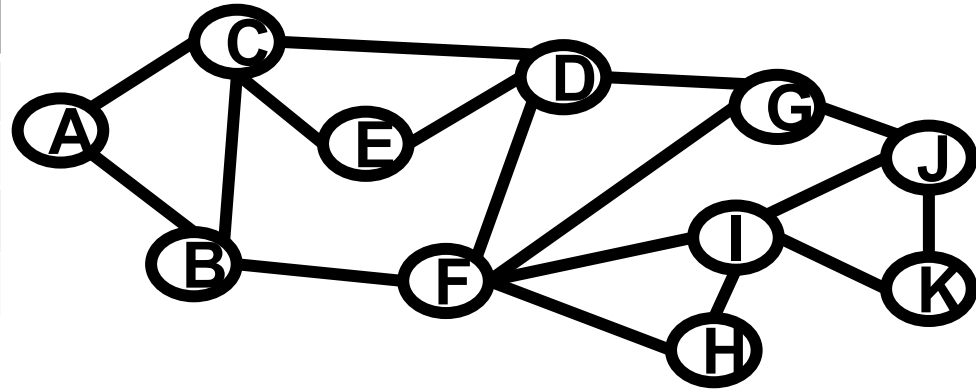
Assortatividade

	2	3	4	5
2	0	2	5	1
3	2	2	3	2
4	5	3	2	2
5	1	2	2	0



Assortatividade

$P(k_1, k_2)$	2	3	4	5
2	0,00	0,06	0,15	0,03
3	0,06	0,06	0,09	0,06
4	0,15	0,09	0,06	0,06
5	0,03	0,06	0,06	0,00



Assortatividade

P(k1,k2)	2	3	4	5	P(k1)
2	0,00	0,06	0,15	0,03	0,24
3	0,06	0,06	0,09	0,06	0,27
4	0,15	0,09	0,06	0,06	0,36
5	0,03	0,06	0,06	0,00	0,15
P(k2)	0,24	0,27	0,36	0,15	1



Assortatividade

$$R(k_1, k_2) = k_1 k_2 (P(k_1, k_2) - P(k_1)P(k_2))$$

P(k1,k2)	2	3	4	5	P(k1)
2	0,00	0,06	0,15	0,03	0,24
3	0,06	0,06	0,09	0,06	0,27
4	0,15	0,09	0,06	0,06	0,36
5	0,03	0,06	0,06	0,00	0,15
P(k2)	0,24	0,27	0,36	0,15	1

R(k1,k2)	2	3	4	5
2	-0,23	-0,03	0,51	-0,06
3	-0,03	-0,12	-0,09	0,29
4	0,51	-0,09	-1,11	0,12
5	-0,06	0,29	0,12	-0,56



Assortatividade

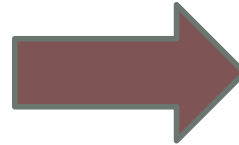
$$\sum_{k_1, k_2} R(k_1, k_2) = -0.54$$

R(k1,k2)	2	3	4	5
2	-0,23	-0,03	0,51	-0,06
3	-0,03	-0,12	-0,09	0,29
4	0,51	-0,09	-1,11	0,12
5	-0,06	0,29	0,12	-0,56



Assortatividade

	2	3	4	5
2	0	2	5	1
3	2	2	3	2
4	5	3	2	2
5	1	2	2	0
SOMA:	8	9	12	5

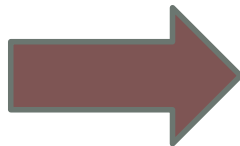


$$\begin{aligned} \text{MÉDIA} &= \\ &2*8+3*9+4*12+5*5 / 34 \\ &= 3,41 \end{aligned}$$



Assortatividade

	2	3	4	5
2	0	2	5	1
3	2	2	3	2
4	5	3	2	2
5	1	2	2	0
SOMA:	8	9	12	5



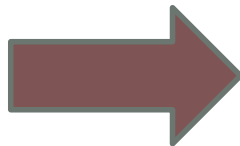
$$\begin{aligned} \text{VARIÂNCIA} &= \\ &8*(2-3,41)^2+9*(3-3,41)^2+1 \\ &2*(4-3,41)^2+5*(5-3,41)^2 / \\ &34= \\ &34,23 / 34 = \\ &1,0067 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DESVIO-PADRÃO} &= \\ &\sqrt{1,0067} = 1,0034 \end{aligned}$$



Assortatividade

	2	3	4	5	SOMA:
2	0	2	5	1	8
3	2	2	3	2	9
4	5	3	2	2	12
5	1	2	2	0	5



$$\begin{aligned} \text{VARIÂNCIA} &= \\ &8*(2-3,41)^2+9*(3-3,41)^2+1 \\ &2*(4-3,41)^2+5*(5-3,41)^2 / \\ &34= \\ &34,23 / 34 = \\ &1,0067 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{DESVIO-PADRÃO} &= \\ &\sqrt{1,0067} = 1,0034 \end{aligned}$$

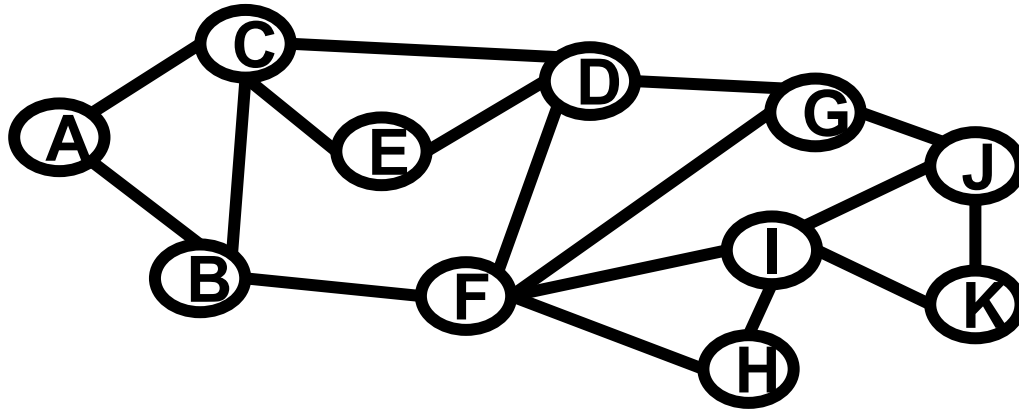


Assortatividade

$$r = \frac{1}{\sigma_o \sigma_d} \sum_{k_1, k_2} R(k_1, k_2) = \frac{-0.54}{1.0034 \cdot 1.0034} = -0.5363$$

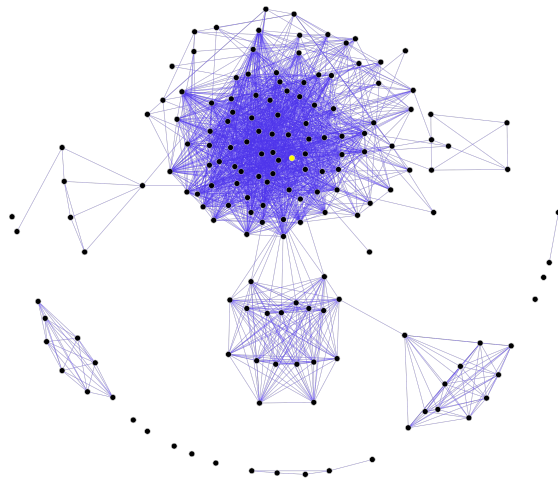


Assortatividade





Universidade Federal do ABC



Assortatividade em Redes Reais

Prof. Fabrício Olivetti de França

Assortatividade em Redes Reais

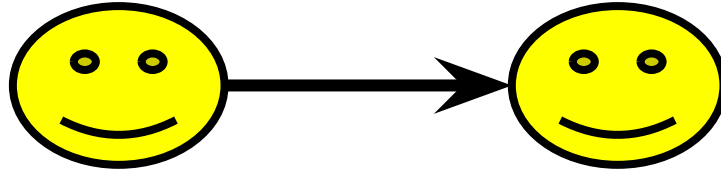
Network	n	r
Physics coauthorship (a)	52 909	0.363
Biology coauthorship (a)	1 520 251	0.127
Mathematics coauthorship (b)	253 339	0.120
Film actor collaborations (c)	449 913	0.208
Company directors (d)	7 673	0.276
Internet (e)	10 697	-0.189
World-Wide Web (f)	269 504	-0.065
Protein interactions (g)	2 115	-0.156
Neural network (h)	307	-0.163
Marine food web (i)	134	-0.247
Freshwater food web (j)	92	-0.276

SOCIAIS

**Biológicas
e
Tecnológicas**



Outras assortatividades



Catherine A. Bliss, Isabel M. Kloumann, Kameron Decker Harris, Christopher M. Danforth, Peter Sheridan Dodds: Twitter reciprocal reply networks exhibit assortativity with respect to happiness [CoRR abs/1112.1010](#): (2011)

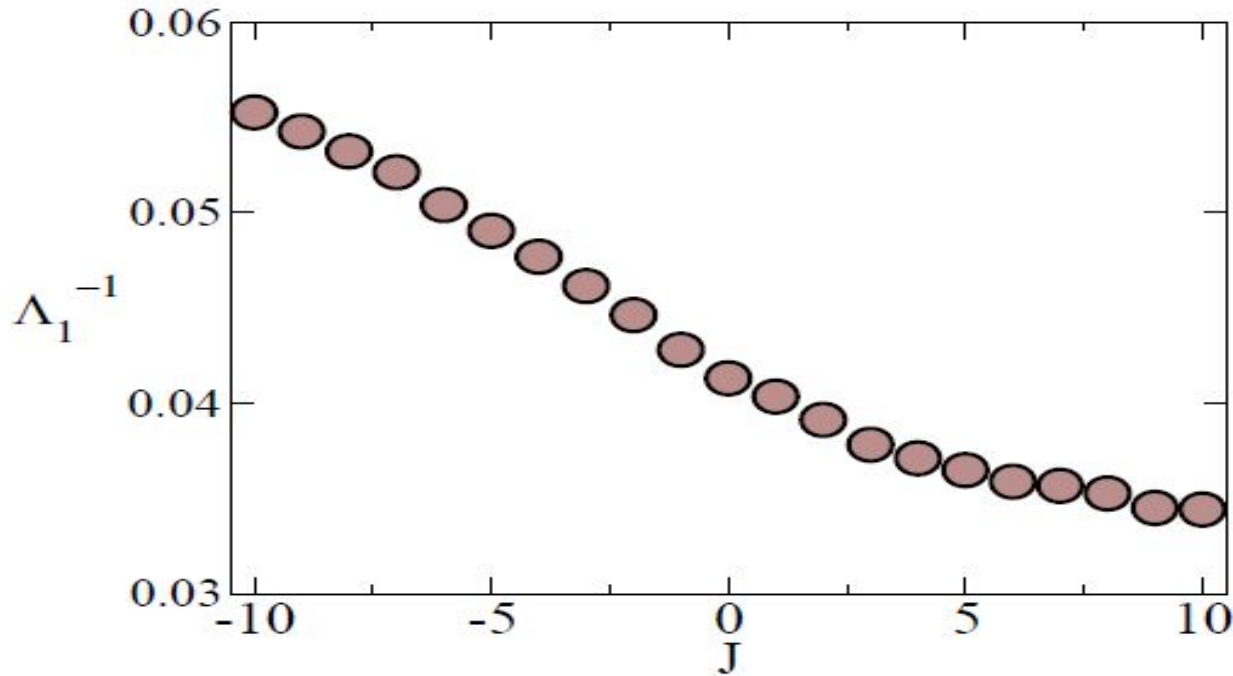


Tolerância a Falhas

- ❑ N redes aleatórias que apresentavam $r > 0$
- ❑ N redes aleatórias que apresentavam $r < 0$
- ❑ N redes aleatórias que não apresentavam $r = 0$



Tolerância a Falhas

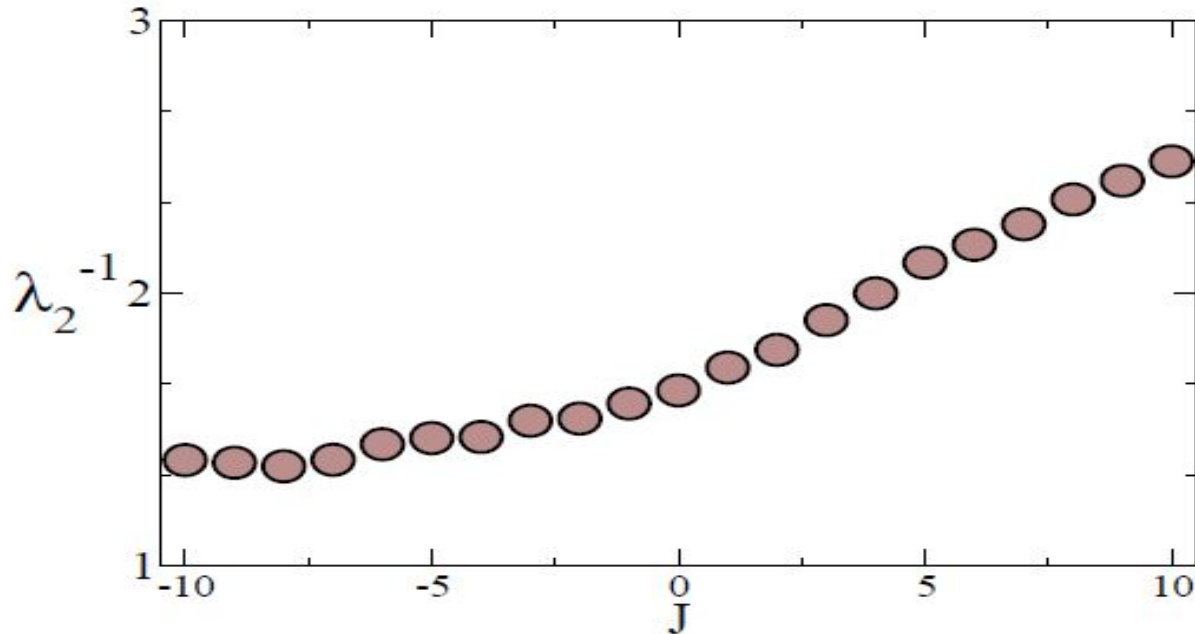


J – assortatividade
 Λ_1^{-1} – ponto crítico



Tolerância a Falhas

Verificou-se também a velocidade do espalhamento da informação em função da assortatividade.

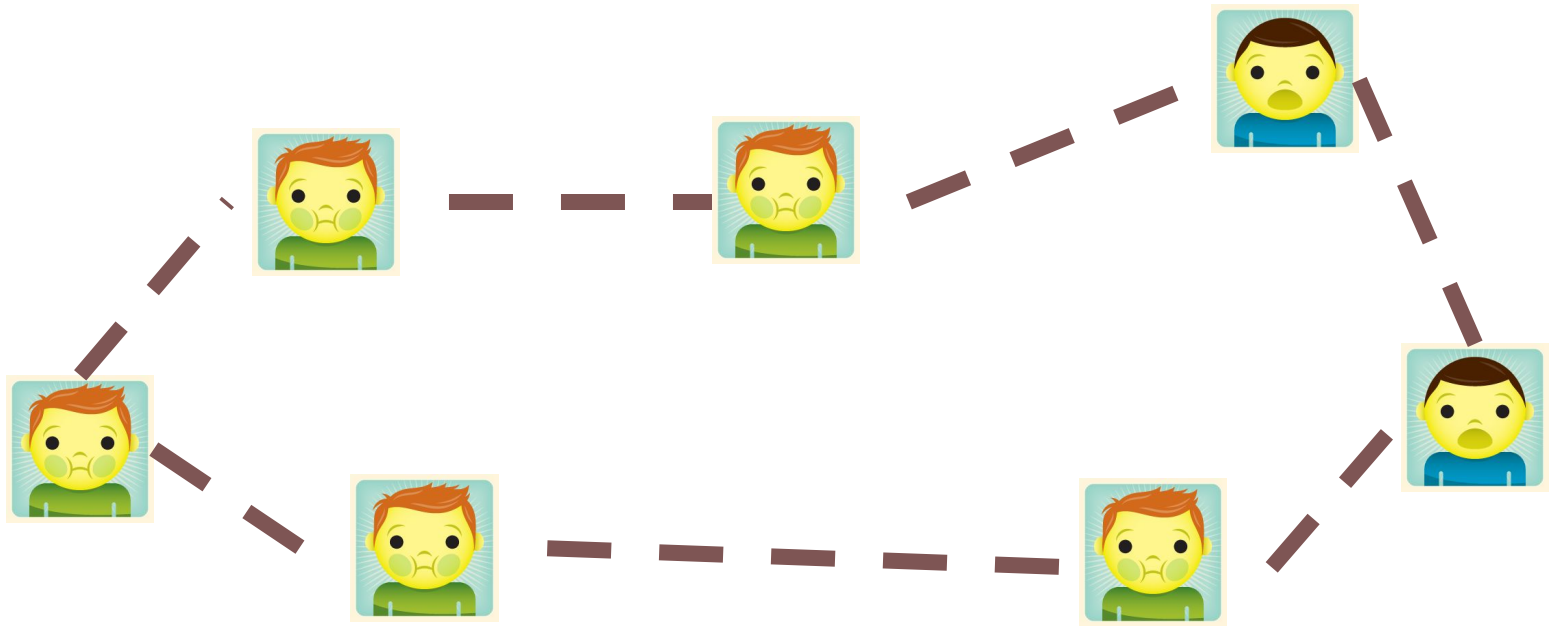


J – assortatividade

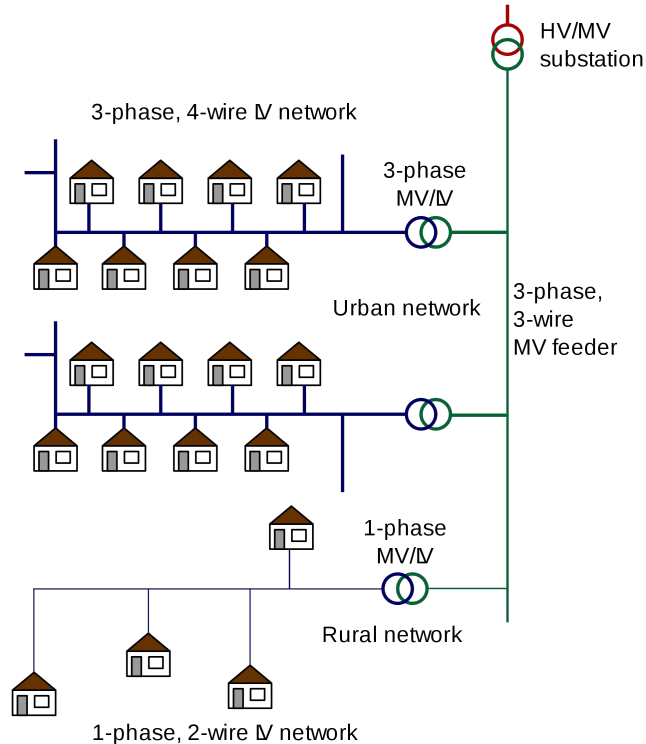
λ_2^{-1} – tempo de espalhamento



Tolerância a Falhas



Assortatividade e Tolerância a Falhas



https://en.wikipedia.org/wiki/Low-voltage_network



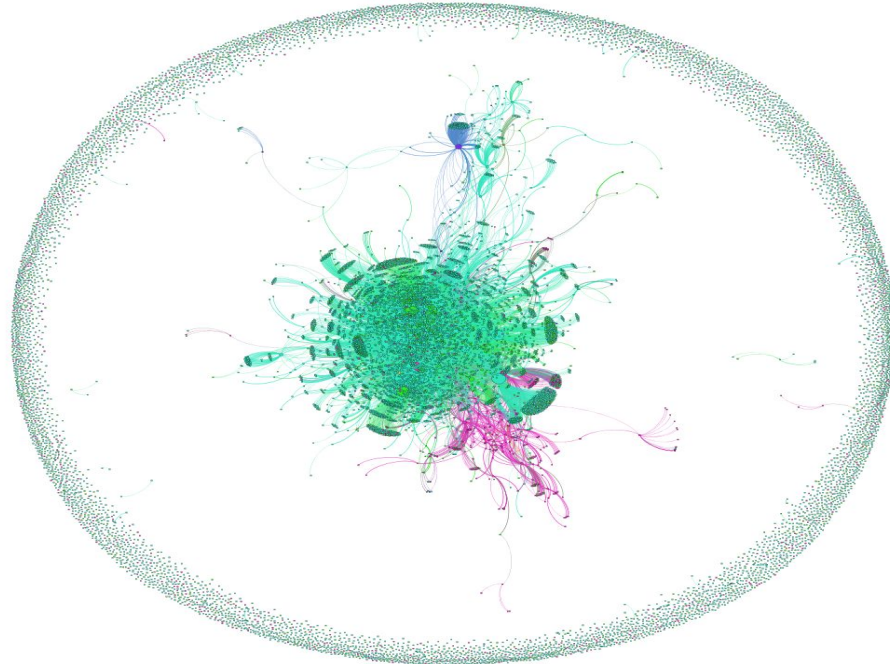
Para saber mais

- Noh, J.D. Percolation transition in networks with degree-degree correlation. *Physical Review E*, v.76, n.2. 2007.
- Newman, M.E.J. Assortative mixing in networks. *Physical Review Letters*, v. 89, n. 20. 2002.
- G. D'Agostino, A. Scala, V. Zlatic, G. Caldarelli. Robustness and Assortativity for Diffusion-like Processes in Scale-free Networks, 2012



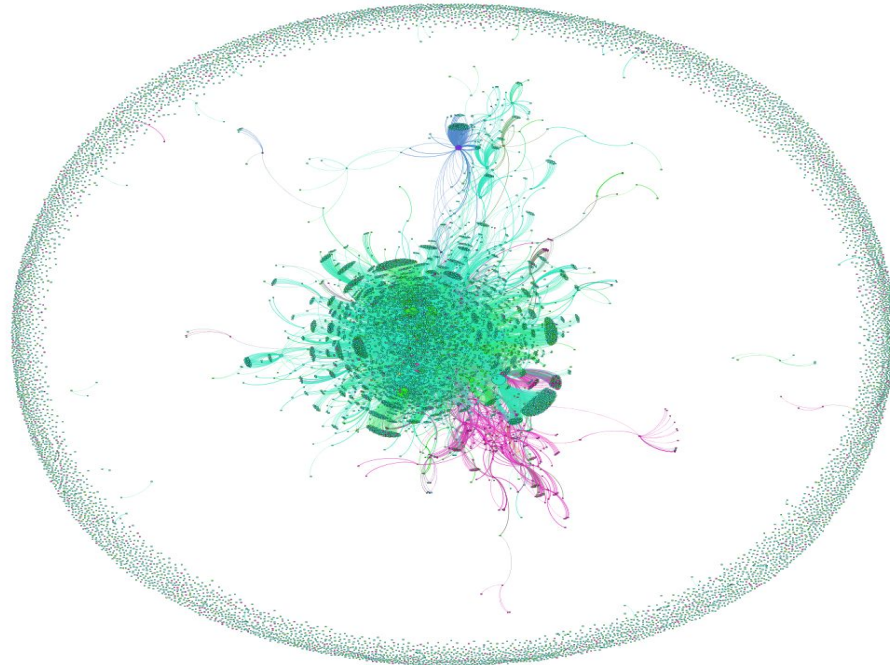
Rede de Seguidores Twitter

Assortatividade de grau = -0.21



Rede de Seguidores Twitter

Assortatividade de local = 0.009



Rede de Seguidores Twitter

Assortatividade de idioma = 0.18

